2020年吉林大学量子力学854真题讲解

一、简答

（1）自由粒子的能量与氢原子电离能相等，求德布罗意波波长；(2012、一、4)

（2）三维 Hilbert 空间的正交归一化基矢为$|u_1\rangle$、$|u_2\rangle$、$|u_3\rangle$，求$p_1 = |\phi_1\rangle\langle\phi_1|$的矩阵表示，其中$|\phi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}|u_1\rangle + \frac{i}{\sqrt{3}}|u_2\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}}|u_3\rangle$；

（3）两个电子在一维无限深势阱中，求基态波函数和能级。

7.3 (1) 在一维无限深方势阱 $V(x)=\begin{cases}0, & 0<x<a \\ \infty, & x<0, x>a\end{cases}$ 中有两个自旋 $s=0$ 的全同粒子，粒子之间不存在相互作用，写出体系最低两个能级，指出简并度，并给出相应的波函数；(2) 同(1)，粒子具有自旋 $s=1/2$；(3) 同(2)，但粒子之间存在同自旋有关的相互作用力势 $V = A\hat{S}_1\cdot\hat{S}_2 (A>0)$. 陈鄂生

二、已知系统的哈密顿量为 $\hat{H} = \frac{\hat{p}_x^2}{2\mu} + \frac{1}{2}\mu\omega^2x^2 - q\varepsilon x$；

（1）求波函数；

（2）求能级，说明其波函数是否为宇称算符本征函数；

（3）求$\hat{x}$和$\hat{P}_x$的期望值。

三、已知力学量算符$\hat{F}$和能量算符$\hat{H}$各有两个归一化的本征函数ψ_1,ψ_2和ϕ_1,ϕ_2，相应的本征值为f_1,f_2和E_1,E_2，两力学量本征波函数之间的关系为$\psi_1=(\phi_1+\sqrt{2}\phi_2)/\sqrt{3}\quad \psi_2=(\sqrt{2}\phi_1-\phi_2)/\sqrt{3}$；

（1）设在基态上测量$\hat{F}$的结果为f_2，紧接着测能量，之后接着再测量$\hat{F}$，求得到f_1的几率；

（2）若初始时刻体系处于$\psi(t=0)=\psi_2$态上，求$t>0$时刻$\hat{F}$平均值。(2016,三)

2.41 已知可观察量A的算符$\hat{A}$有两个本征函数ϕ_1,ϕ_2，本征值分别为a_1,a_2；观察量B的算符$\hat{B}$有两个本征函数χ_1,χ_2，本征值分别为b_1,b_2．两种本征态有如下关系：

$$\phi_1=\frac{2\chi_1+3\chi_2}{\sqrt{13}},\ \phi_2=\frac{3\chi_1-2\chi_2}{\sqrt{3}}$$ 陈鄂胜

当测量$\hat{A}$后得到a_1，若再测量$\hat{B}$，然后再测量$\hat{A}$，问第二次测量$\hat{A}$得到a_1的概率是多少？

四、只计入电子与核之间的相互作用(库仑场) H原子体系有高度的对称性，故其能量本征态是高度简并的，当氢原子处于沿z方向的均匀磁场$\vec{B}=(0,0,B)$中磁场会引起附加的哈氏量$\hat{H}'=\frac{e}{2mc}(\hat{L}+2\hat{S})\vec{B}$ 其中e.m和c分别为电子电荷、质量和光速．$\hat{L}=(\hat{L}_x,\hat{L}_y,\hat{L}_z)$和$\hat{S}=(\hat{S}_x,\hat{S}_y,\hat{S}_z)$分别为电子轨道角动量和自旋角动量．(1)证明：在外加磁场中轨道角动量不再守恒．(2)写出在该磁场中氢原子体系中的一组力学量．(3)用微扰理论讨论在该磁场中氢原子$n=3$能级的劈裂情况．(2022年、五)

五、限制在x-y平面的某粒子的哈密顿为$\hat{H}=r\hat{\sigma}\cdot\hat{p}$ 其中r为实常数，$\hat{\sigma}=(\hat{\sigma}_x,\hat{\sigma}_y)$为泡利矩阵而$\hat{p}=(\hat{p}_x,\hat{p}_y)$为粒子的动量算符．(1)写出体系一组力学量完全集并求共同本征态．(2)算符$\hat{T}=i\hat{\sigma}_y\hat{K}$，其中$\hat{K}$作用于任意$\psi$有$\hat{K}\psi=\psi^*$．证明：$[\hat{T},\hat{H}]=0$．(3)证明：任$\psi$为该力学量完全集的一个共同本征态，则$\hat{T}\psi$也为$\hat{H}$的本征函数，且二者正交．